

[1] 行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, に対して, $3, -1$ が固有値,
それぞれ $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ が対応する固有ベクトルであ
る。このとき実数 t に対して e^{tA} を求めよ。

[2] [1] で求めた行列 e^{tA} に対して,

$$\frac{d}{dt} e^{tA} = A e^{tA}$$

が成り立つことを示せ。ただし行列やベクトルの値を
とる関数の微分は各成分を微分したものとする。

[3] [1] で求めた行列 e^{tA} に対して,

$$e^{tA} e^{-tA} = I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

が成り立つことを示せ。